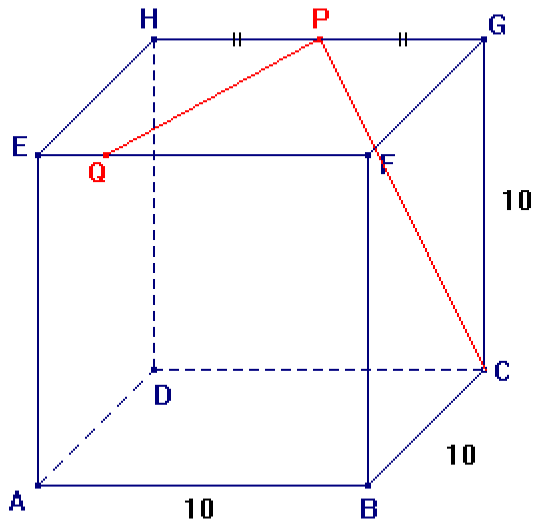
Afstanden en hoeken in de ruimte
Oplossing oefening 3



Geg.: Kubus $\begin{pmatrix} EFGH \\ ABCD \end{pmatrix}$

$|AB| = 10$

$P \in [GH]$, $|PH| = |PG|$

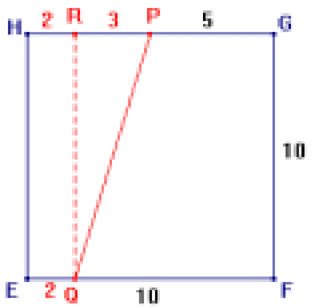
$Q \in [EF]$, $|EQ| = 2$

Gevr.: kleinste hoek in ΔPQC ? grootte van deze hoek ?

Opl.:

- Berekening $|CP|$ met stelling van Pythagoras in ΔCGP

$$|CP|^2 = |CG|^2 + |GP|^2 \quad \Rightarrow |CP|^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$$
$$\Rightarrow |CP| = \sqrt{125}$$



- Berekening $|PQ|$ met stelling van Pythagoras in bovenvlak (construeer $R \in [GH]$ zodat QR // EH)

$$|PQ|^2 = |PR|^2 + |QR|^2 \Rightarrow |PQ|^2 = 3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109$$
$$\Rightarrow |PQ| = \sqrt{109}$$

- Met deze figuur kunnen we ook $|QG|$ berekenen:

$$|QG|^2 = |GR|^2 + |QR|^2 \Rightarrow |QG|^2 = 8^2 + 10^2 = 64 + 100 = 164$$
$$\Rightarrow |QG| = \sqrt{164}$$

- Nu kunnen we $|CQ|$ berekenen met stelling van Pythagoras in ΔCGQ:

$$|CQ|^2 = |QG|^2 + |CG|^2 \quad \Rightarrow |CQ|^2 = (\sqrt{164})^2 + 10^2 = 164 + 100 = 264$$
$$\Rightarrow |CQ| = \sqrt{264}$$

- Om te weten welke de kleinste hoek is in een driehoek moet je niet alle hoeken berekenen. Er geldt immers: in een driehoek ligt de kleinste hoek tegenover de kortste zijde. Aangezien $[PQ]$ de kortste zijde is, moet $Q\hat{C}P$ de kleinste hoek zijn.

- Tot slot berekenen we $Q\hat{C}P$ met de cosinusregel in ΔCPQ:

$$|QP|^2 = |CP|^2 + |CQ|^2 - 2.|CP|.|CQ|.\cos(Q\hat{C}P) \quad \Rightarrow \cos(Q\hat{C}P) = \frac{|QP|^2 - |CP|^2 - |CQ|^2}{-2.|CP|.|CQ|}$$

$$\text{Dus } \cos(Q\hat{C}P) = \frac{109 - 125 - 264}{-2.\sqrt{125}.\sqrt{264}} = 0.77067 \quad \Rightarrow Q\hat{C}P = 39°\ 35'\ 8''$$